РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР

Број на задача	Решение	Бодови
1.	В	1
2.	Б	1
3.	А	1
4.	Б	1
5.	Г	1
6.	В	1
7.	Г	1
8.	Б	1
9.	Г	1
10.	В	1
11.	Б	1
12.	А	1
13.	Г	1
14.	А	1
15.	Б	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

Број на задача	Решение	Бодови
16.	А. $\varnothing$ Б. B	1 1
17.	А. 35 или $\frac{7}{20}\cdot 100$ Б. $\frac{5}{7}$ или $5:7$ или било кој друг запис на бројната вредност на бараниот размер	1 1
18.	А. -1 Б. 1	1 1
19.	А. 80 Б. 16 или друг запис на истиот број	1 1
20.	А. $\frac{\pi}{4}$ Б. 20	1 1

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

21.

Чекори	Бодови
А. Можни се следните случаи, во зависност од вредностите на целите броеви m и n: $B\cap C=\varnothing$, само ако $m,n\in\mathbb{Z}\setminus\{34,43\}$, $B\cap C=\{43\}$, ако $m=43$ или $n=43$, $B\cap C=\{34\}$, ако $m=34$ или $n=34$ и $B\cap C=\{34,43\}$, ако $m=43$ и $n=34$ или обратно	1
Б. Можни се следните случаи, во зависност од вредностите на целиот број n $(A\setminus B)\cup(B\setminus A)=\{1,4,5,n\}$, само ако $n\neq 1$ $(A\setminus B)\cup(B\setminus A)=\{1,4,5\}$, ако $n=1$	1
В. Можни се следните случаи, во зависност од вредностите на целите броеви m и n: $(A\cap B)\times C=\{m,3\}\times\{34,43\}=\{(m,34),(m,43),(3,34),(3,43)\}$, само ако $m\in\mathbb{Z}$ и $n\neq 1$ $(A\cap B)\times C=\{m,1,3\}\times\{34,43\}=\{(m,34),(m,43),(1,34),(1,43),(3,34),(3,43)\}$, ако $m\in\mathbb{Z}$ и $n=1$	1
Вкупно бодови	**3**

22.

Чекори		Бодови
Ја запишува неравенката $\lvert 3a-2\rvert<7$ во облик $-7<3a-2<7$	Го запишува системот $\begin{cases}3a-2<7\\3a-2>-7\end{cases}$	1
Добива дека $-\frac{5}{3}<a<3$	Го одредува пресекот на $(-\infty,3)$ и $\left(-\frac{5}{3},\infty\right)$	1
Ги одредува најмалиот и најголемиот цел број и го пресметува збирот $-1+2=1$		1
Вкупно бодови		**3**

23.

Чекори		Бодови
Дадената неравенка ја запишува во облик $\frac{3(x-5)-(x+2)}{3(x+2)}\le 0$ т.е. $\frac{2x-17}{3(x+2)}\le 0$		1
Утврдува дека дропката е помала или еднаква на нула ако $\begin{cases}2x-17\ge 0\\3(x+2)<0\end{cases}\vee\begin{cases}2x-17\le 0\\3(x+2)>0\end{cases}$	Ја множи со $3(x+2)^2$ и ја добива неравенката $(2x-17)(x+2)\le 0$	1

Ги решава системите линеарни неравенки и заклучува дека множеството решенија на неравенката е $x\in\left(-2,\frac{17}{2}\right]$	Го одредува бараниот интервал $x\in\left(-2,\frac{17}{2}\right]$	1
Вкупно бодови		**3**

24.

Чекори		Бодови
Ги означува непознатите броеви со a и b. Го запишува условот нивниот збир да е еднаков на 108 со равенката $a+b=108$		1
Го користи условот $a:b=5:7$ и запишува $a=5k, b=7k$	Го користи условот $a:b=5:7$ и запишува $a=\frac{5b}{7}$ или $b=\frac{7a}{5}$	1
Од равенката $5k+7k=108$ ја определува вредноста на $k=9$	Од равенката $\frac{5b}{7}+b=108$ или $\frac{7a}{5}+a=108$	1
Ги определува броевите $a=5\cdot 9=45, b=7\cdot 9=63$	Ги определува броевите $\frac{12}{7}b=108\Leftrightarrow b=63$ и $a=\frac{5\cdot 63}{7}=45$ или $\frac{12}{5}a=108\Leftrightarrow a=45$ и $b=\frac{7\cdot 45}{5}=63$	1
Вкупно бодови		**4**

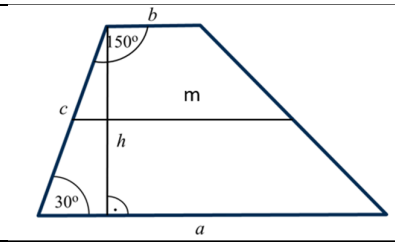
25.

Чекори		Бодови
Ги применува Виетовите формули и утврдува дека $x_1+x_2=-\frac{5}{3}$ и $x_1x_2=-\frac{2}{3}$	Ги применува Виетовите формули и утврдува дека $x_1+x_2=p=-\frac{5}{3}$ и $x_1x_2=q=-\frac{2}{3}$	1
Го трансформира изразот $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$ во облик $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=$ $=\frac{x_1^2+x_2^2+2x_1x_2-2x_1x_2}{x_1x_2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}$	Го трансформира изразот $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$ во облик $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}=\frac{p^2-2q}{q}$	1
Ги заменува вредностите за x_1+x_2 и x_1x_2 и добива $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{\left(-\frac{5}{3}\right)^2+2\cdot\frac{2}{3}}{-\frac{2}{3}}$		1
Пресметува $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=-\frac{37}{6}$		1
Вкупно бодови		**4**

26.

Чекори		Бодови
Ги разложува именителите на левата и десната страна $\frac{x-3}{x(x+3)}+\frac{3+x}{2x(x+3)}=\frac{x-3}{2(x-3)(x+3)}$		1
Го користи условот $x\neq\pm3$ и крати $\frac{x-3}{x(x+3)}+\frac{\cancel{3+x}}{2x(\cancel{x+3})}=\frac{\cancel{x-3}}{2(\cancel{x-3})(x+3)}$	Ги собира дропките на левата страна, крати со $x-3$ и добива $\frac{3x-3}{2x(x+3)}=\frac{x-3}{2(x-3)(x+3)}$	1
Ги множи двете страни од равенката со $2x(x+3)$ и ја запишува равенката во облик $2(x-3)+x+3=x$	Ја множи равенката со $2(x+3)$ од каде добива $\frac{3x-3}{x}=1$	1
Ја решава линеарната равенка и добива $x=\frac{3}{2}$		1
Вкупно бодови		**4**

27.

Чекори		Бодови
Прави скица и ги означува потребните елементи 		1
Ја запишува формулата за плоштина на трапез $P=\frac{a+b}{2}h$ и од $m=\frac{a+b}{2}=12$, добива $P=mh=12h$		1
Утврдува дека аглите што ги зафаќа кракот с со основите се суплементни, па остриот агол меѓу кракот *c* и подолгата основа е 30^0.	Утврдува дека аголот меѓу кракот и едната основа е $150^0=90^0+60^0$	1
Добива дека $h=\frac{6}{2}=3\,\text{cm}$, односно $P=mh=36\,\text{cm}^2$	Добива дека $h=\cos 60^0\cdot c=\frac{1}{2}\cdot 6=3\,\text{cm}$ и $P=mh=36\,\text{cm}^2$	1
Вкупно бодови		**4**

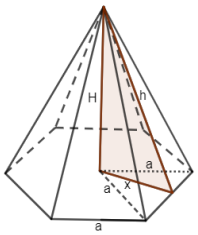
Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор или ја изостави во крајниот резултат се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

28.

Чекори	Бодови
Ги запишува формулите за плоштина на цилиндар и конус $P_c = 2r\pi(r+H_c)$, $P_k = r\pi(r+s)$, го користи условот $P_c = P_k$, односно $2r\pi(r+H_c) = r\pi(r+s)$ и ја пресметува висината на цилиндарот $H_c = \frac{s-r}{2} = \frac{10-6}{2} = 2\,\text{cm}$	1
Го пресметува волуменот на цилиндарот $V_c = BH_c = r^2\pi H = 72\pi\,\text{cm}^3$	1
Ја користи Питагоровата теорема и ја определува висината на конусот $H_k = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{100-36} = 8\,\text{cm}$	1
Го пресметува волуменот на конусот $V_k = \frac{BH_k}{3} = \frac{r^2\pi H_k}{3} = 96\pi\,\text{cm}^3$ и за разликата на волумените добива $V_k - V_c = 24\pi\,\text{cm}^3$	1
Вкупно бодови	**4**

Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор или ја изостави во крајниот резултат се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

29.

Чекори		Бодови
Користејќи ја Питагоровата теорема, ја определува висината x на карактерис-тичниот триаголник на основата: $x = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$ 	Користејќи ја Питагоровата теорема, ја добива должината на бочниот раб на пирамидата $s = \sqrt{H^2 + a^2} = \sqrt{121+64} = \sqrt{185}\,\text{cm}$	1
Ја одредува апотемата на пирамидата применувајќи ја Питагоровата теорема: $h = \sqrt{H^2 + x^2} = \sqrt{121+48} = \sqrt{169} = 13\,\text{cm}$	Ја одредува апотемата на пирамидата применувајќи ја Питагоровата теорема: $h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{169} = 13\,\text{cm}$	1
Ја пресметува плоштината на основата: $B = 6\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 96\sqrt{3}\,\text{cm}^2$		1
За плоштината на обвивката добива: $M = 6\cdot\frac{a\cdot h}{2} = 3\cdot 8\cdot 13 = 312\,\text{cm}^2$		1
Вкупно бодови		**4**

30.

Чекори		Бодови
Ги означува аглите кај темињата *A* и *B* со α и *β*, соодветно и согледува дека аглите што лежат на хипотенузата се комплементни, па $\cos\beta = \sin\alpha$		1
Од правоаголниот триаголник *ADC* заклучува дека $\cos\alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$, односно $\sin\beta = \frac{\sqrt{21}}{5}$	Користејќи ја Питагоровата теорема, ја одредува должината на висината $\overline{CD} = \sqrt{45^2 - \left(9\sqrt{21}\right)^2} = 18$	1
Применувајќи го основниот тригонометриски идентитет пресметува $\cos\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{21}}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} = 0,4$	Заклучува дека $\cos\beta = \sin\alpha = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5} = 0,4$	1
Вкупно бодови		**3**

Чекори		Бодови
Го означува аголот кај темето *B* со *β*		1
Од Евклидовата теорема заклучува дека $h^2 = \overline{AD} \cdot \overline{BD}$, а од ΔCAD следува дека $h^2 = \overline{AC}^2 - \overline{AD}^2 = 2025 - 1701 = 324$, па $\overline{BD} = \frac{324}{9\sqrt{21}} = \frac{36}{\sqrt{21}} = \frac{12\sqrt{21}}{7}$		1
Применувајќи ја Питагоровата теорема $\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{\left(\frac{75\sqrt{21}}{7}\right)^2 - 45^2} = \frac{30\sqrt{21}}{7}$, па $tg\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{45}{\frac{30\sqrt{21}}{7}} = \frac{45 \cdot 7\sqrt{21}}{30 \cdot 21} = \frac{\sqrt{21}}{2}$ и од идентитетот $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{tg^2\beta + 1}}$ добива $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right)^2 + 1}} = \frac{2}{5} = 0,4$	Го одредува косинусот од аголот во темето B $\cos\beta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{\left(9\sqrt{21} + \frac{12\sqrt{21}}{7}\right)^2 - 45^2}}{9\sqrt{21} + \frac{12\sqrt{21}}{7}} = \frac{2}{5}$	1
Вкупно бодови		**3**